

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УДК 624.074.5.012.45.041.5(043)

**Лешкевич Олег Николаевич**

**ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ  
СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
СТЕРЖНЕВЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

**05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения**

**Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени кандидата технических наук**

Брест 2003

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Стержневые железобетонные конструкции получили широкое распространение в промышленном и гражданском строительстве и включают значительную номенклатуру изделий – от простых статически определимых балок и колонн до пространственных статически неопределимых железобетонных каркасов. Одним из путей снижения расхода материала в стержневых железобетонных конструкциях является разработка методов расчета, в которых наряду со специфическими свойствами железобетона – трещинами, анизотропией, неупругими свойствами бетона и арматуры – учитывались бы также особенности работы статически неопределимых конструкций, связанные с перераспределением усилий и с влиянием деформированной расчетной схемы. Развитие методов расчета статически неопределимых строительных конструкций ограничивалось возможностью их реализации при текущем уровне производительности вычислительной техники. Совершенствование методов расчета на базе использования полной производительности современных вычислительных средств открывает качественно новые возможности. Расчет статически неопределимой пространственной стержневой железобетонной конструкции с учетом диаграмм деформирования бетона и арматуры, образования и развития трещин в сечении, изменения местоположения физической оси элемента, влияния деформирования расчетной схемы и т.д. предоставляет проектировщику полную информацию о напряженно-деформированном состоянии конструкции в целом и о любой элементарной площадке произвольного поперечного сечения. Наиболее важным направлением совершенствования методов расчета является повышение их универсальности. Важно, чтобы алгоритм не накладывал ограничения на вид напряженно-деформированного состояния, форму поперечного сечения элементов, армирование, свойства бетона и арматуры, геометрию расчетной схемы, граничные условия и т.д. Реализация данных возможностей требует не только значительного усовершенствования существующих методик, но и решения ряда новых задач. Использование подобных алгоритмов продиктовано также необходимостью повышения надежности и экономичности строительных конструкций.

**Связь работы с крупными научными темами.** Работа выполнялась в соответствии с программой Министерства образования Республики Беларусь и Полоцкого государственного университета – "Разработка теории и математического обеспечения расчета статически неопределимых железобетонных конструкций с учетом физической и геометрической нелинейности" – ГБ 4122.

**Цель диссертационной работы.** Цель работы состоит в разработке и экспериментальной проверке научно обоснованной методики расчета статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, имеющих произвольную форму поперечного сечения и армирование, с учетом неупругих свойств материалов, образования трещин и перераспределения усилий. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1) провести анализ экспериментальных и теоретических исследований статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций и их основных закономерностей деформирования под нагрузкой;

2) осуществить экспериментально-теоретические исследования напряженно-деформированного состояния сечений, нормальных к продольной оси железобетонных элементов, при произвольной комбинации изгибающих моментов и продольной силы;

3) адаптировать метод определения ширины раскрытия трещин для железобетонных элементов в общем случае нагружения;

4) сформулировать соотношения для вычисления составляющих жесткости стержневых железобетонных элементов с учетом диаграмм деформирования материалов и образования трещин для общего случая нагружения;

5) усовершенствовать методику нелинейного статического расчета статически неопределимых стержневых пространственных железобетонных конструкций с целью получения решения с заданной точностью на произвольной стадии нагружения;

6) выполнить экспериментальные исследования работы статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций для подтверждения обоснованности разработанной методики расчета.

**Объект и предмет исследования.** Объект исследования – статически неопределимые пространственные стержневые железобетонные конструкции. Предметом исследования являются внутренние усилия и перемещения при деформировании статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, а также прочность, жесткость и трещиностойкость их элементов в сечениях, нормальных к продольной оси, при действии кратковременной статической нагрузки.

**Гипотеза.** В основу работы положена гипотеза о том, что в статически неопределимых железобетонных конструкциях жесткость элементов и действующие в них внутренние усилия взаимозависимы и изменяются совместно при действии внешней нагрузки.

**Методология и методы проведения исследования.** При выполнении данной работы использовались результаты теоретических исследований, полученных с помощью компьютерных моделей и испытаний опытных железобетонных конструкций. Основные физические соотношения получены на основе известных теоретических данных с учетом особенностей объекта исследований. Прочность, момент образования и ширина раскрытия трещин, а также перемещения элементов статически неопределимой пространственной стержневой железобетонной конструкции определяются на основе алгоритма, построенного на базе метода конечных элементов и деформационной модели расчета сечения.

#### **Научная новизна и значимость полученных результатов:**

- на базе метода конечных элементов и деформационной модели сечения усовершенствованная методика расчета статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций;

- теоретические данные о влиянии внутренних усилий на соответствующие им составляющие жесткости железобетонного элемента;

- экспериментальные данные о характере деформирования статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций в общем случае нагружения.

**Практическая значимость полученных результатов.** Предложенная методика расчета предоставляет возможность определять напряженно-деформированное состояние статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций на всех этапах нагружения с учетом физической и геометрической нелинейности. Ее применение в проектных и научно-исследовательских организациях позволит осуществлять разработку и экспертизу проектных решений с более высокой степенью надежности.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту**

- усовершенствованная методика расчета, отличающаяся возможностью с заданной точностью определять напряженно-деформированное состояние статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций на произвольной стадии нагружения с учетом физически и геометрически нелинейных эффектов;
- предложение по определению эффективной площади растянутой зоны сечения железобетонного элемента, позволяющее вычислять ширину раскрытия нормальных трещин в общем случае нагружения;
- результаты численных исследований, демонстрирующие зависимость точности расчета напряженно-деформированного состояния конструкций от величины дискретизации расчетной схемы;
- результаты экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, подтвердившие практическую целесообразность применения усовершенствованной методики расчета.

**Личный вклад соискателя.** Положения диссертационной работы базируются на результатах теоретических и экспериментальных исследований статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, проведенных автором самостоятельно. Для численного анализа сечений, нормальных к продольной оси железобетонного элемента, автором использовалась разработанная в Полоцком государственном университете программа БЕТА (авторы Т.М. Пецольд, Д.Н. Лазовский, Д.О. Глухов).

**Апробация результатов диссертации.** Основные положения диссертации доложены и обсуждены на следующих конференциях и семинарах: VII международном научно-практическом семинаре "Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовка инженерных кадров в Республике Беларусь" (Брест, 2001 г.); международной научно-технической конференции "Создание и применение высокоэффективных наукоемких ресурсосберегающих технологий, машин и комплексов" (Могилев, 2001 г.); международном научно-практическом семинаре "Проблемы технологии производства строительных материалов, изделий и конструкций, строительства зданий и сооружений, подготовки инженерных кадров для строительной отрасли" (г. Минск, 2001 г.); Белорусско-польском научно-практическом семинаре "Новые материалы и технологии в строительстве" (Белосток, Польша, 2001 г.); международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы расчета

зданий, конструкций и их частей: теория и практика" (г. Минск, 2002 г.); конференции творческой молодежи "Новые идеи развития бетона и железобетонных конструкций" (г. Москва, 2002 г.).

**Опубликованность результатов диссертации.** Основные положения диссертации и результаты, выносимые на рассмотрение, опубликованы в научных журналах – 3 статьи, в сборниках научных работ – 4 статьи. Общая численность печатного текста составляет 40 страницы.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из общей характеристики работы, основной части, состоящей из 4 глав, заключения, списка используемых источников из 127 наименований. Объем работы составляет 126 страниц, включая 93 иллюстрации на 68 страницах, 7 таблиц на 5 страницах и 2 приложения.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** дан краткий обзор конструктивных решений стержневых железобетонных конструкций, приведены результаты некоторых экспериментальных исследований, а также методы расчета статически неопределимых стержневых железобетонных конструкций.

Стержневые железобетонные конструкции являются одним из наиболее обширных классов железобетонных конструкций. Теоретические и экспериментальные исследования пространственной работы конструкций одноэтажных промышленных зданий указывают на существенное различие между работой плоской поперечной рамы и пространственной системы благодаря наличию продольных конструкций: подкрановых балок, плит перекрытий и покрытий, стеновых панелей, связей, фахверка и др., соединяющих плоские рамы в пространственный каркас. Продольные конструкции каркаса вовлекают в совместную работу ряд плоских рам и тем самым способствуют частичной разгрузке непосредственно нагруженной рамы в результате перераспределения усилий и деформаций между плоскими рамами. Традиционной схемой железобетонного каркаса многоэтажного здания является система поперечных рам, образованных колоннами и ригелями перекрытия. Существует множество методов расчета таких рамных систем в упругой стадии. Сложнее решается задача при необходимости расчета рам по пространственной схеме с учетом работы железобетона после образования трещин и развития неупругих деформаций в бетоне и арматуре.

Одна из первых экспериментальных работ, положившая начало исследованиям перераспределения внутренних усилий в статически неопределимых конструкциях, принадлежит G. Kazinczy (1933 г.). Исследования влияния неупругих свойств материалов и образования трещин на характер деформирования неразрезных балок и статически неопределимых рам получили продолжение в работах А.Б. Батурина, А.А. Гвоздева, А.Б. Голышева, Ю.П. Гущи, Ю.В. Зайцева, С.И. Икрамова, Н.И. Карпенко, И.М. Котеликова, С.М. Крылова, Л.Л. Лемыша, Я.Д. Лившица, Л.Р. Маиляна, В.И. Мурашева, Т.А. Мухамедиева, J. Breen, M. Diaz, G. Ernst, P. Ferguson, W. Glanville, F. Noor, S. Limkatanyu, J. Roesset, E. Spacone, E. Thomas, O. Zienkiewicz и др.

Впервые расчет неразрезных железобетонных балок с использованием экспериментальных жесткостей был произведен С.М. Крыловым и С.И. Икрамовым (1960 г.) и показал хорошее соответствие опытным данным. За рубежом расчет железобетонных конструкций с учетом образования трещин был предложен группой ученых в 1979 году (Р. Bazant, S. Kim), но в связи с недостаточным уровнем производительности ЭВМ реализован был лишь в 1990 году (W. Zehlten).

Идея расчета железобетонной конструкции как нелинейной системы состоит в том, что решение задачи получается в виде последовательности решений линейных задач, сходящихся к результату. Этот метод был предложен А.А. Ильюшиным, а позднее развит И.А. Биргером и Л.М. Качановым. Учитывая сложную зависимость жесткостей от усилий, практические задачи предлагалось решать методом последовательных нагружений. Дальнейшее развитие этого метода получило в работах В.М. Бондаренко, В.Г. Казачка, Н.И. Карпенко, А.И. Козачевского, Е.Л. Коршун, С.М. Крылова, Т.А. Мухамедиева, Л.И. Ярина и др. Основные принципы организации вычислительного процесса расчета статически неопределимых конструкций в работах различных авторов исследованы достаточно подробно.

В статически неопределимых железобетонных конструкциях перераспределение усилий более значительно зависит от изменения соотношения жесткости отдельных элементов системы. Определение жесткости участка стержневого элемента возможно различными способами, однако наиболее универсальным является метод сечений с использованием деформационной модели, позволяющий с единых универсальных позиций рассчитывать железобетонные элементы любой формы поперечного сечения, с различными арматурой и бетоном, произвольным характером армирования и т.д. Развитием данного метода занимались П.М. Бич, С.В. Бондаренко, Ю.П. Гуца, А.А. Дыховичный, А.С. Залесов, Н.И. Карпенко, С.М. Крылов, Д.Н. Лазовский, Л.Р. Маилян, Т.М. Пецольд, В.В. Тур, Е.А. Чистяков и др. Деформационная модель нормального сечения позволяет с общих позиций помимо прочности и жесткости железобетонного элемента определять трещиностойкость. Метод расчета образования трещин с использованием различных видов аналитических зависимостей " $\sigma - \varepsilon$ " для растянутого и сжатого бетона нашел отражение в работах В.Я. Бачинского, Л.Р. Маиляна, Я.В. Столярова, М.С. Торяника, С.Ю. Цейтлина и др.

Во **второй главе** изложена методика экспериментального исследования шарнирно опертой пространственной железобетонной рамы. Сосредоточенная нагрузка  $P$  прикладывалась к противолежащим ригелям рамы соответственно в середине и в трети пролета (рис. 1).

Рама изготавливалась из отдельных элементов размером 1900 120 120 мм путем соединения ручной дуговой сваркой закладных деталей с помощью стальных накладок в торцах элементов. Продольная арматура объединялась в пространственный каркас, изготовленный при помощи контактно-точечной сварки. Армирование элементов – 4 10Ат500С (рис. 2); характеристики арматуры:  $f_y = 535$  МПа,  $f_t = 624$  МПа,  $E_s = 200000$  МПа; характеристики бетона:  $f_c = 23,8$  МПа,  $E_c = 30500$  МПа. Поперечная арматура устанавливалась с шагом 50 мм по всей длине каркаса.

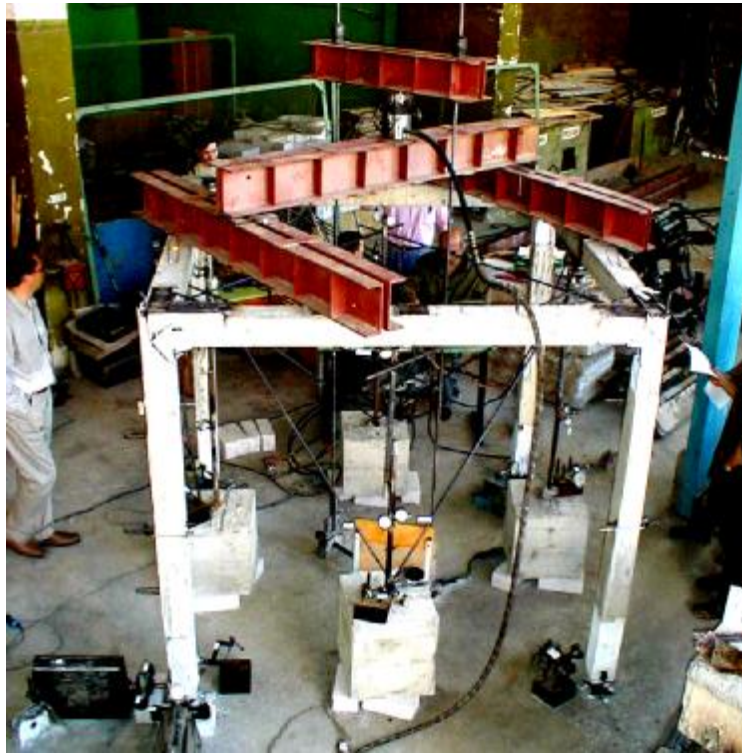


Рис. 1. Общий вид экспериментальной рамы и испытательной установки

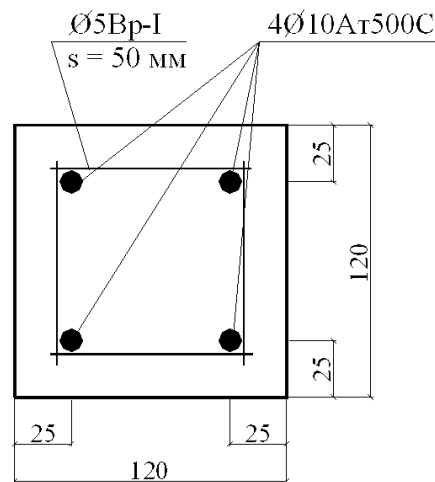


Рис. 2. Поперечное сечение элементов рамы

План эксперимента обеспечил получение необходимых данных о деформировании статически неопределимой пространственной рамы. В процессе испытания контролировались следующие параметры: прогибы ригелей и стоек рамы, деформации бетона на некоторых участках элементов (преимущественно в зоне действия максимальных моментов), горизонтальные опорные реакции в одной стойке, ширина раскрытия трещин и их развитие по поперечному сечению. Для измерения горизонтальных опорных реакций использовались динамометры ДОСМ 3-5 с пределом измерений 50 кН, в качестве измерителя деформаций динамометра применялся индикатор часового типа с точностью 0,001 мм. Геометрическая форма экспериментальной рамы

в плане и схема приложения внешней нагрузки позволила получить по два элемента рамы, находящихся в идентичном напряженно-деформированном состоянии.

В третьей главе изложены основные соотношения для определения напряженно-деформированного состояния и жесткости элементов в сечениях, нормальных к продольной оси, ширины раскрытия нормальных трещин, а также уравнения для статического расчета конструкции в целом.

Деформационная модель расчета позволяет определять жесткость стержневых элементов при любой комбинации внутренних усилий

$$\begin{cases} B_x = f(M_x, M_y, N) \\ B_y = f(M_x, M_y, N) \\ \varpi = f(M_x, M_y, N) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $B_x$  и  $B_y$  – изгибная жесткость относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно;  $\varpi$  – продольная жесткость.

Рассматривая поперечное сечение как совокупность элементарных площадок, продольную жесткость элемента получаем, суммируя жесткость всех элементарных площадок сечения. Компоненты изгибной жесткости элемента вычисляются из выражений, связывающих составляющие кривизны продольной оси с изгибающими моментами.

Алгоритм определения параметров напряженно-деформированного состояния и компонентов жесткости железобетонных элементов предусматривает реализацию итерационного процесса их вычисления при заданном усилии от внешней нагрузки. Критерием окончания процесса последовательных приближений является заданная точность вычисления на смежных этапах кривизны продольной оси элементов и положения центра изгиба сечения.

Влияние величины внутренних усилий на жесткость элемента по нормальному сечению получено в результате численного эксперимента, демонстрирующего зависимость жесткости элементов экспериментальной рамы от сосредоточенной нагрузки на конструкцию. В соответствии с изложенной выше методикой было получено распределение значений изгибной (рис. 3) и продольной жесткости (рис. 4) при фактической комбинации внутренних усилий в соответствующих элементах при действии на раму сосредоточенной нагрузки  $P$ .

В ригеле рамы при действии преимущественно изгибающего момента в одной плоскости нормальная трещина образуется после того, как изгибная жесткость элемента снизилась на 40 % от первоначального уровня. Полное снижение изгибной жесткости ригеля составило 75 %. Продольная сжимающая сила в стойке несколько нивелирует снижение ее изгибной жесткости, нормальная трещина образуется при большей величине изгибной жесткости. График изменения продольной жесткости стойки характеризуется снижением в начале нагружения, далее – наличием горизонтального участка перед образованием трещины, переломом в точке образования нормальной трещины, значительным снижением во время развития трещины по высоте сечения и некоторой стабилизацией процесса вплоть до разрушения конструкции.



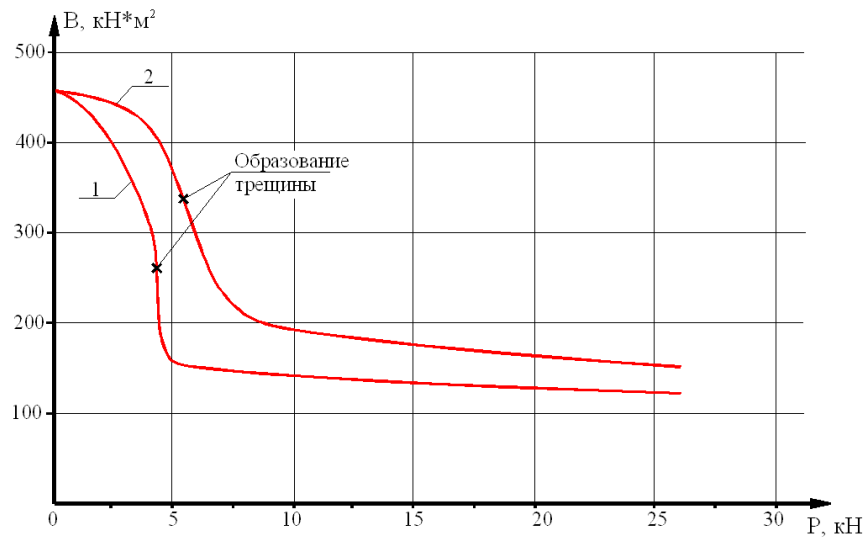


Рис. 3. Зависимость изгибной жесткости наиболее загруженного ригеля (кривая 1) и наиболее загруженной стойки на отметке 1,450 м (кривая 2) от сосредоточенной нагрузки на раму

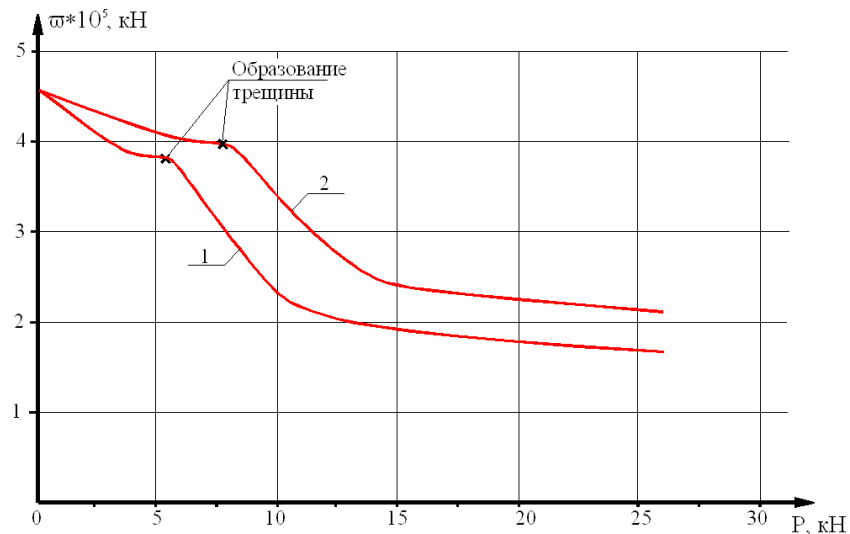


Рис. 4. Зависимость продольной жесткости наиболее загруженной стойки на отметке 1,450 м (кривая 1) и на отметке 0,900 м (кривая 2) при совместном действии двух изгибающих моментов и продольной силы от сосредоточенной нагрузки на раму

Результаты представленных в работе численных экспериментов свидетельствуют о существенной изменчивости жесткостных свойств железобетонного элемента при различных комбинациях внутренних усилий. Снижение жесткости железобетонного элемента в равной степени происходит вследствие образования нормальных трещин и отличия показателей диаграмм деформирования бетона на растяжение и сжатие. С увеличением продольного сжимающего усилия изгибные жесткости первоначально возрастают, достигнув некоторого максимального значения, далее с ростом нагрузки плавно снижаются. Рост изгибающего момента снижает не только соответствующую ему составляющую изгибной жесткости, но также и смежную составляющую. При некоторых значениях продольной сжимающей силы предельная величина изгибающего момента может возрастать. С ростом изгибающего момента продольная жесткость снижается более значительно при меньших значениях продольной силы.

Вычисление жесткостей элементов конструкции при действующих в них внутренних усилиях необходимо для определения напряженно-деформированного состояния железобетонной конструкции по методу конечных элементов. Основное уравнение метода конечных элементов для вычисления перемещений:

$$\{\delta\} = [K]^{-1} \{F\}, \quad (2)$$

где  $\{F\}$  – вектор внешней нагрузки;  $[K]$  – матрица жесткости системы.

Коэффициенты матрицы жесткости  $[K]$  вычисляются на основе деформационной модели сечения из выражений (1).

В общем случае нагружения при действии в железобетонном стержне изгибающих моментов и продольной силы элементарные площадки сечения находятся в различном напряженно-деформированном состоянии. Их деформационные характеристики различны, в связи с этим физическая ось элемента отклоняется от своего первоначального положения. Компоненты отклонения физической оси от действия продольной силы вычисляются при текущей комбинации внутренних усилий на основании касательных модулей деформации каждой элементарной площадки бетона и арматуры  $E_{(c,s)i}$ :

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \frac{\sum_{i=1}^n E_{(c,s)i} A_{(c,s)i} (x_{(c,s)i} - x_0)}{\sum_{i=1}^n E_{(c,s)i} A_{(c,s)i}} \\ \Delta_y &= \frac{\sum_{i=1}^n E_{(c,s)i} A_{(c,s)i} (y_{(c,s)i} - y_0)}{\sum_{i=1}^n E_{(c,s)i} A_{(c,s)i}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $x_0, y_0$  – расстояния от выбранной оси до центра изгиба сечения;  $x_{(c,s)i}, y_{(c,s)i}$  – расстояния от центра тяжести элементарной площадки до центра изгиба сечения;  $A_{(c,s)i}$  – площадь элементарной площадки.

Корректировка координат узлов расчетной схемы на каждом этапе расчета производится путем суммирования перемещений узлов системы, полученных из уравнения (2), и отклонений физической оси конечных элементов, полученных из выражения (3).

Основным требованием к расчету по раскрытию нормальных трещин является совместимость с уравнениями, характеризующими напряженно-деформированное состояние нормального сечения. Данному условию удовлетворяет расчетная формула, предложенная в СНБ 5.03.01. Однако отсутствуют указания по определению эффективной площади растянутой зоны при расчете ширины раскрытия нормальных трещин в элементах, подверженных внецентренному растяжению-сжатию.

Для возможности рассмотрения элементов в общем случае нагружения предлагается определять эффективную площадь растянутой зоны сечения в отношении

каждого растянутого арматурного стержня в отдельности. Произведенный численный расчет раскрытия трещин для элементов экспериментальной рамы показал, что зона влияния одного стержня колеблется около 7,5 его диаметра. Соседние стержни делят между собой пересекающиеся участки пропорционально действующим в них усилиям (рис. 5).

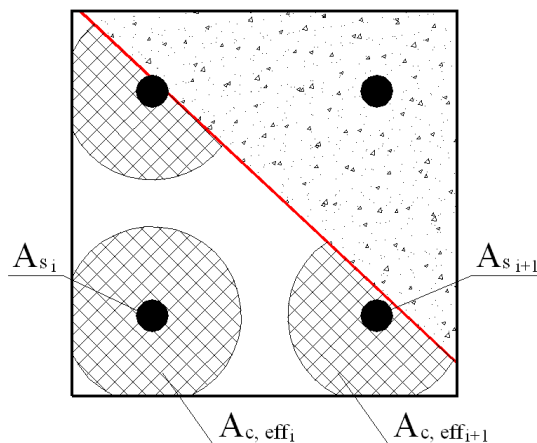


Рис. 5. К определению эффективной площади растянутой зоны сечения

Относительные деформации каждого растянутого арматурного стержня в сечении с трещиной принимаются из решения расчетной системы уравнений деформационной модели.

В **четвертой главе** представлена методика расчета статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, исследован вопрос о влиянии степени дискретизации расчетной схемы конструкции на точность результатов расчета. Для подтверждения практической возможности применения предложенной методики приведено сопоставление опытных и расчетных показателей деформирования некоторых видов конструкций от действия кратковременной статической нагрузки.

Для решения задачи о напряженно-деформированном состоянии статически неопределимых нелинейно деформируемых конструкций усовершенствовано предложение В.М. Бондаренко о двухуровневом итерационном алгоритме, суть которого в сочетании процессов внутренних и внешних итераций и решении задачи с помощью последовательных приближений. Данный алгоритм расчета пространственных рам не всегда обеспечивает гарантированную сходимость вследствие возможной "раскачки" искомых величины на соседних итерациях, т.е. расхождения численных значений внутренних усилий в ряде последовательных внешних итераций. Это явление наиболее сильно проявляется в общем случае нагружения. С тем чтобы уменьшить "раскачку" и получить решение с минимальным объемом вычислений, необходима организация итерационного процесса с плавно изменяющейся расчетной жесткостью элементов. Для того чтобы доверять полученному решению нелинейной задачи, необходимо повторить расчет с иным количеством шагов нагружения. Для этого введено понятие "макроитерационный процесс". Выполнение макроитераций подразумевает повторное (двух- или многократное) решение задачи с по-

следующим сравнением полученных результатов. Операция осуществляется до получения решения с заданной точностью.

Таким образом, предлагаемый метод расчета статически неопределимых систем с учетом нелинейности деформирования включается в себя три итерационных процесса:

1) во внутренних итерациях – расчет по деформационной модели коэффициентов матрицы жесткости конечных элементов при заданных внутренних усилиях, полученных в результате выполнения одной внешней итерации;

2) во внешних итерациях – статический расчет системы при заданных жесткостях элементов системы по методу конечных элементов, на каждой последующей итерации нагрузка ступенчато увеличивается;

3) полностью выполненный внешний итерационный процесс составляет одну макроитерацию. Переход на более высокий уровень происходит после выполнения всех необходимых итераций на нижележащем уровне. Обратный переход осуществляется после одного шага итерации на вышележащем уровне.

На первой внешней итерации матрица жесткости  $[K]_{(1)}$  определяется из соотношений (1) при нулевом значении внутренних усилий. Далее из решения системы уравнений (2) определяется первое приближение поля узловых перемещений  $\{\Delta\delta\}_{(1)}$  от действия нагрузки  $\{F\}_1$ . Вычисляются внутренние усилия  $\{\bar{F}\}_{(1)}$  элементов системы, на основании которых формируется матрица жесткости  $[K]_{(2)}$  для второй внешней итерации и т.д. В дальнейшем на  $j$ -той итерации матрица  $[K]_{(j)}$  строится на основе  $\{\bar{F}\}_{(j-1)}$ , из решения (2) определяется  $\{\delta\}_{(j)}$ , на основе которого снова вычисляется  $\{\bar{F}\}_{(j)}$  и т.д. Внешний итерационный процесс считается законченным, когда поэтапно приложена вся внешняя нагрузка  $\{F\}$ . Корректировка геометрии расчетной схемы, необходимая для учета перемещения узлов и отклонения физической оси элементов системы, осуществляется на каждой внешней итерации. Для этого на основе известных усилий в конечных элементах вычисляется поле отклонений физической оси (3) и суммируется с учетом направления с полем узловых перемещений (2) на предыдущей итерации.

Количество макроитераций, соответствующее решению с требуемой точностью, предлагается определять следующим образом:

1) первоначально осуществляется внешний итерационный расчет с минимальным количеством шагов нагружения;

2) осуществляется новый внешний итерационный расчет, количество этапов нагружения увеличивается;

3) сравниваются два предыдущих результата на соответствие последнего заданной точности, если точность не обеспечивается, осуществляется новый внешний итерационный расчет с большим количеством этапов нагружения до тех пор, пока не выполнится условие требуемой точности. Проверка сходимости и оценка результатов по ожидаемой точности производится по всем сечениям и элементам.

Расчет считается законченным, когда на текущей и предыдущей макроитерации значения жесткостей, усилий в элементах и перемещений узлов конструкции соответствуют заданной точности.

В рамках представленной методики предложен способ улучшения сходимости итерационного процесса путем усовершенствования известного метода "закрепления минимальных жесткостей". Данный метод модифицирован таким образом, чтобы стало возможным применение его в отношении пространственных конструкций, имеющих в своем составе элементы в общем случае нагружения.

При применении метода конечных элементов для расчета конструкций, матрицы жесткости элементов строятся из предположения о постоянстве деформативных свойств материалов в пределах каждого элемента. Это требует довольно густой сетки, вызывающей значительный рост разрешающей системы уравнений, поэтому оптимальное разбиение на конечные элементы имеет большое значение для расчетов железобетонных конструкций. С тем чтобы обеспечить необходимую точность расчета при минимально возможном количестве уравнений системы, важно оценить минимально необходимое количество конечных элементов на один стержень. Для анализа влияния дискретизации расчетной схемы на результаты расчета по нелинейной модели статически неопределимых конструкций были произведены сравнительные расчеты рам (Ernst, Smith, Riveland & Pierce, 1973) по расчетной схеме, в которой каждый стержень включал от 1 до 10 конечных элементов. Сопоставление результатов расчета при различной степени дискретизации расчетной схемы рамы показало, что для получения результата с заданной точностью минимально необходимое разбиение стержня исследуемой рамы составляет три конечных элемента.

С помощью предложенной методики расчета были проведены численные исследования напряженно-деформированного состояния ряда железобетонных конструкций. В их числе: статически определимые однопролетные балки, двухшарнирные статически неопределимые рамы, трехконтурные рамы и экспериментальная пространственная рама.

Сравнительный расчет балок (Benmokrane, Chaallal, Masmoudi, 1996), армированных стальной и стеклопластиковой арматурой, подтвердил возможность применения предложенной методики для расчета конструкций с произвольными характеристиками диаграмм бетона и арматуры. Стеклопластиковая арматура имеет более низкий модуль упругости, чем сталь, в результате чего изгибная жесткость балок, армированных подобной арматурой, после образования нормальной трещины значительно отличается от жесткости балок, армированных стальной арматурой. Между тем анализ данных, полученных при расчете опытных балок, выявил удовлетворительную сходимость с опытными данными при определении их жесткости и прочности, а также прогибов на всех этапах нагружения.

На основе проведенных измерений при испытании опытной железобетонной рамы были построены зависимости, связывающие сосредоточенную нагрузку  $P$  с деформациями и внутренними усилиями системы. Разрушение конструкции наступило в ригеле в зоне действия максимального момента в результате достижения растя-

нутой арматурой предела текучести при сосредоточенной нагрузке  $P$ , равной 29 кН (расчетная разрушающая нагрузка – 27,4 кН). Приложенная в одной трети пролета в двух противолежащих ригелях сосредоточенная нагрузка привела к горизонтальным перемещениям узлов и элементов рамы. Поскольку от действия сосредоточенной нагрузки перемещения противолежащих сегментов рамы имеют противоположные направления, а перпендикулярные им ригели препятствуют этому, то в процессе деформирования происходит "закручивание" рамы вокруг собственной оси симметрии. В результате расчета по предлагаемой методике была получена деформированная схема рамы, полностью соответствующая фактической на всех этапах нагружения.

На рис. 6, 7 представлены опытные прогибы ригелей и стоек рамы (кривые Exp 1 и Exp 2), а также данные, полученные на основе расчета по предлагаемой методике (кривая Calc) и линейного расчета (кривая Linear).

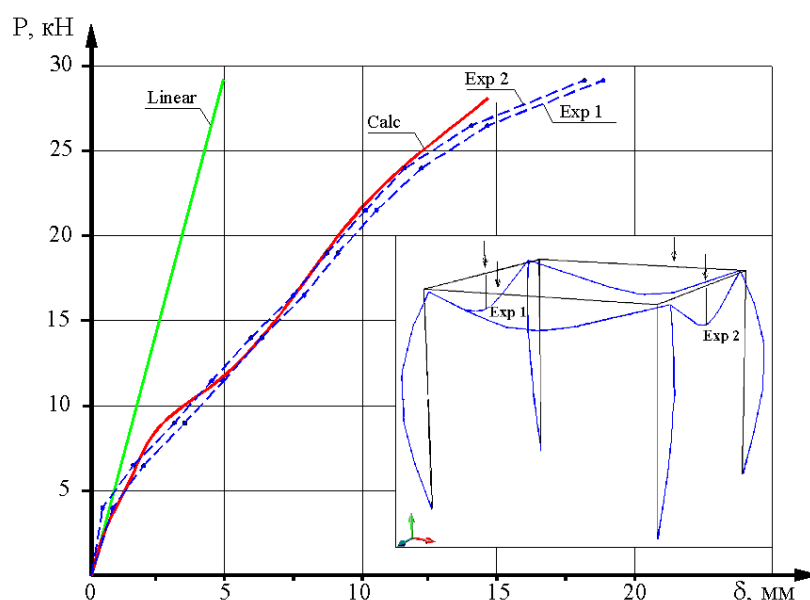


Рис. 6. Зависимость прогиба наиболее загруженного ригеля от сосредоточенной нагрузки на раму

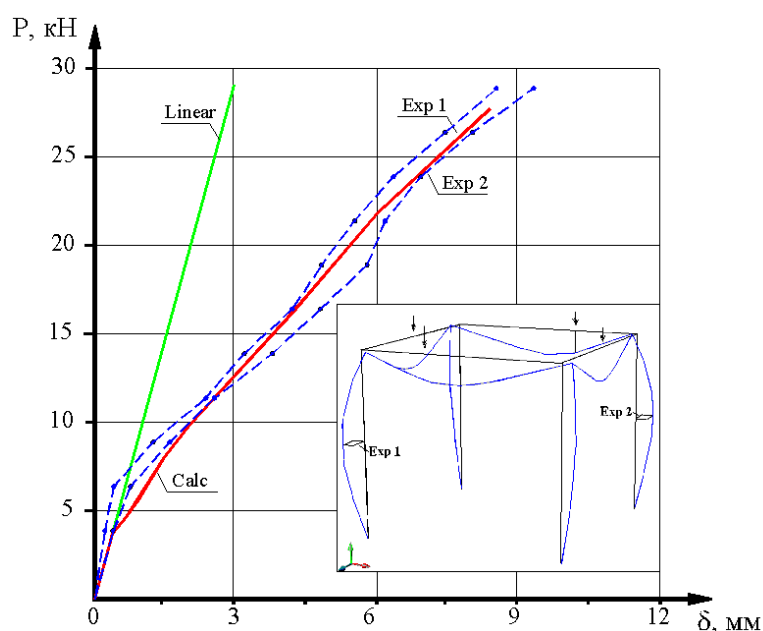


Рис. 7. Зависимость прогиба наиболее загруженной стойки от сосредоточенной нагрузки на раму

Представленные зависимости свидетельствуют об удовлетворительном совпадении результатов эксперимента с результатами расчета деформаций по предложенной методике. Результаты расчета на основе линейной модели иллюстрируют возможность ее применения только на начальных этапах нагружения, когда снижение жесткости элементов рамы еще незначительно.

Рассмотрим фактическое и расчетное развитие трещины по сечению стойки в зависимости от сосредоточенной нагрузки  $P$ . На рис. 8 представлено развитие трещины по сечению в зависимости от сосредоточенной нагрузки на раму: кривая 1 – по опытным данным; кривая 2 – по расчету;  $Exp$  – фактическое максимальное распространение трещины;  $Calc$  – расчетное максимальное распространение трещины.

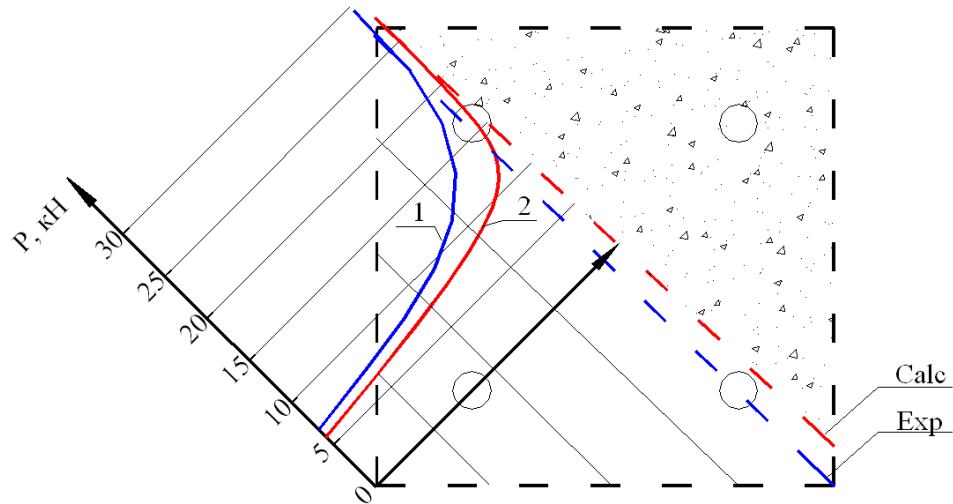


Рис. 8. Развитие трещины в наиболее загруженной стойке на отметке 1,450 м в зависимости от сосредоточенной нагрузки на раму

Зависимость опытной и расчетной ширины раскрытия трещин в пролете ригеля от действия внешней нагрузки приведены на рис. 9 (кривая 1 – по опытным данным; кривая 2 – расчет по предлагаемой методике; кривая 3 – расчет по СНиП 2.03.01-84\*)

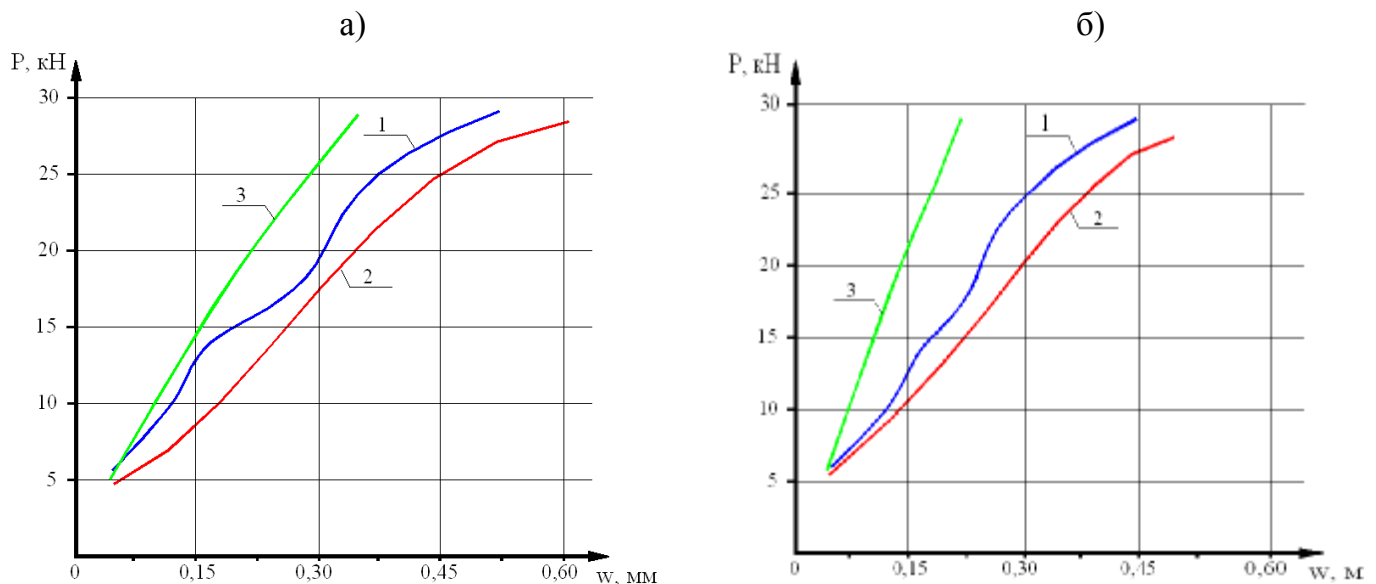


Рис. 9. Зависимость ширины раскрытия трещин от сосредоточенной нагрузки: а) в пролете ригеля; б) в наиболее загруженной стойке на отметке 1,450 м

Все расчетные данные получены при разбиении стержней рамы на 3 конечных элемента, увеличение фрагментации расчетной схемы не оказало влияния на сходимость результатов как для ригелей, так и для стоек.

С помощью предложенной методики также было проведено сравнение опытных и расчетных значений перемещений ригелей и стоек рамы, горизонтальных опорных реакций и фибровых деформаций бетона в ряде сечений. Все опытные и расчетные параметры деформирования показали удовлетворительную сходимость, что подтверждает правильность принятых гипотез и демонстрирует возможности методики расчета достоверно моделировать реальную работу конструкции на всех этапах нагружения как системы в целом, так и ее отдельных составляющих.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация представляет собой работу по комплексному усовершенствованию методики расчета статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций с учетом специфических особенностей их деформирования. На основании проделанных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Усовершенствована и экспериментально апробирована методика расчета статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций, позволяющая учитывать произвольный вид напряженно-деформированного состояния поперечного сечения, армирование, свойства материалов, геометрические размеры конструкции, условия закрепления и т.д. Кроме того, методика предоставляет возможность установить фактическое распределение усилий по длине элементов, а также получить на единой методической основе информацию о напряженно-деформированном состоянии элементарных площадок поперечных сечений на всех этапах нагружения. Представленная методика позволяет выполнять как физически нелинейный расчет, за счет поэтапной корректировки физических параметров системы, так и геометрически нелинейный, за счет учета перемещения узлов конструкции и отклонения физической оси ее элементов [1, 2, 4, 5].

2. Выполнены экспериментальные исследования, получены новые данные о характере деформирования, образования и развития трещин в статически неопределимых пространственных железобетонных рамах, свидетельствующие о непрерывном изменении жесткости и перераспределении внутренних усилий в элементах конструкции во всем диапазоне ее нагружения. Эксперимент продемонстрировал пространственный характер работы стержневых конструкций, состоящих из плоских рам, жестко объединенных между собой [2].

3. Сформулирована система соотношений для определения жесткости элементов в виде, позволяющем выполнять физически нелинейный расчет статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций по методу конечных элементов. На основании численных экспериментов установлено



влияние внутренних усилий на компоненты жесткости железобетонного элемента в нормальном сечении [2, 5, 7].

4. Для применения в рамках предложенной методики адаптированы соотношения для определения ширины раскрытия нормальных трещин в элементах в общем случае нагружения [2].

5. Для обеспечения необходимой точности расчета предложен способ оптимального разбиения расчетной схемы на конечные элементы, учитывающий фактическое напряженно-деформированное состояние конструкции. На основе численных исследований установлена минимально необходимая степень дискретизации одного стержня расчетной схемы для получения решения с заданной точностью [6, 7].

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

### Статьи в журналах

1. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лешкевич О.Н. Программы БЕТА и RADUGA для расчета строительных конструкций // Архитектура и строительство. – 2001. – № 6 (148). – С. 28 – 30.
2. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лешкевич О.Н. Расчет прочности, жесткости и трещиностойкости стержневых железобетонных конструкций // Вестник Полоцкого университета. Сер. В. Прикладные науки. – 2002. – С. 69 – 76.
3. Лешкевич О.Н. Нелинейный анализ железобетонных пространственных стержневых систем // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2002. – № 1(13). – С. 78 – 82.

### Материалы конференций

4. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лешкевич О.Н. Программы расчета железобетонных конструкций по проекту СНБ 5.03.01 // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовка инженерных кадров в Республике Беларусь: Материалы VII междунар. науч.-практ. семинара / Под ред. Н.П. Блещика, А.А. Борисевича, Т.М. Пецоляда. – Брест: БГТУ, 2001. – С. 133 – 137.
5. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лешкевич О.Н. Особенности расчета статически неопределимых железобетонных элементов методом конечных элементов // Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: теория и практика: Материалы междунар. науч.-техн. конф. / Под ред. А.А. Борисевича, С.В. Босакова, Т.М. Пецоляда, Е.М. Сидоровича. – Мн., 2002. – С. 104 – 109.
6. Лешкевич О.Н., Соловьев Д.С. Выделение конечных элементов при расчете стержневых железобетонных конструкций // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовка инженерных кадров в Республике Беларусь: Материалы VII междунар. науч.-практ. семинара / Под ред. Н.П. Блещика, А.А. Борисевича, Т.М. Пецоляда. – Брест: БГТУ, 2001. – С. 137 – 141.
7. Лешкевич О.Н. Физически нелинейный анализ пространственных железобетонных стержневых систем // Новые идеи развития бетона и железобетонных конструкций: Докл. и тр. конф. творческой молодежи. – М.: НИИЖБ, 2002. – С. 207 – 214.

## РЭЗЮМЭ

Ляшкевіч Алёг Мікалаевіч

### **Трываласць, цвёрдасць і трэшчынаўстойлівасць статычна невызначальных прасторавых стрыжнявых жалезабетонных канструкцый**

Ключавыя словы: статычна невызначальныя жалезабетонныя канструкцыі, стрыжнявыя элементы, метады канчатковых элементаў, дэфармацыйная мадэль сячэння, трываласць, цвёрдасць, трэшчынаўстойлівасць, шырыня раскрыцця трэшчын.

Аб'ектам даследавання з'яўляюцца прасторавыя статычна невызначальныя стрыжнявыя жалезабетонныя канструкцыі.

Мэта працы складаецца з распрацоўкі і эксперыментальнай праверкі навукова абгрунтаванай метадыкі разліку прасторавых статычна невызначальных стрыжнявых жалезабетонных канструкцый, якія маюць адвольную форму папярочнага сячэння і арміраванне, з улікам непружкіх уласцівасцяў матэрыялаў, узнікнення трэшчын і пераразмеркавання намаганняў.

Мэтода даследавання – эксперыментальна-тэарэтычныя.

У працы прапанавана ўдасканаленая і эксперыментальна апрабаваная метадыка разліку стрыжнявых статычна невызначальных жалезабетонных канструкцый, якая дазваляе ўлічваць адвольную форму папярочнага сячэння, арміраванне, уласцівасці матэрыялаў, геаметрычныя памеры канструкцый, умовы замацавання і г.д. Акрамя таго, метадыка дае магчымасць устанавіць фактычнае размеркаванне намаганняў і цвёрдасцей па даўжыні элементаў, а таксама атрымаць на адзінай метадычнай аснове інфармацыю аб напружана-дэфармаваным становішчы элементарных пляцовак папярочных сячэнняў на ўсіх этапах нагружэння.

Выкананы эксперыментальныя даследаванні, атрыманы новыя дадзеныя аб характары дэфармавання, узнікнення і развіцця трэшчын у прасторавых жалезабетонных рамах. Вынікі даследаванняў паказалі правільнасць прынятых гіпоцэз і вынікаў тэарэтычных даследаванняў.

Атрыманыя дадзеныя цалкам пацвердзілі магчымасць выкарыстання прапанаваных суадносін для вызначэння характару змянення цвёрдасці нармальнага сячэння, напружана-дэфармаванага стану элементарных пляцовак, узнікнення і раскрыцця трэшчын у жалезабетонным элеменце на адвольнай стадыі нагружэнняў.

Вынікі даследаванняў рэалізаваны ў камп'ютэрных праграмах і могуць быць скарыстаны ў практычных і навукова-даследчых установах.

## РЕЗЮМЕ

**Лешкевич Олег Николаевич**

### **Прочность, жесткость и трещиностойкость статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций**

Ключевые слова: статически неопределимые железобетонные конструкции, стержневые элементы, метод конечных элементов, деформационная модель сечения, прочность, жесткость, трещиностойкость, ширина раскрытия трещин.

Объектом исследования являются пространственные статически неопределимые стержневые железобетонные конструкции.

Цель работы состоит в разработке и экспериментальной проверке научно обоснованной методики расчета пространственных статически неопределимых стержневых железобетонных конструкций, имеющих произвольную форму поперечного сечения и армирование, с учетом неупругих свойств материалов, образования трещин и перераспределения усилий.

Метод исследований – экспериментально-теоретический.

В работе предложена усовершенствованная и экспериментально апробированная методика расчета стержневых статически неопределимых железобетонных конструкций, позволяющая учитывать произвольную форму поперечного сечения, армирование, свойства материалов, геометрические размеры конструкции, условия закрепления и т.д. Кроме того, методика предоставляет возможность установить фактическое распределение усилий и жесткостей по длине элементов, а также получить на единой методической основе информацию о напряженно-деформированном состоянии элементарных площадок поперечных сечений на всех этапах нагружения.

Выполнены экспериментальные исследования, получены новые данные о характере деформирования, образования и развития трещин в пространственных железобетонных рамах. Результаты исследований показали правильность принятых гипотез и результатов теоретических исследований.

Полученные данные полностью подтвердили возможность использования предложенных соотношений для определения характера изменения жесткости нормального сечения, напряженно-деформированного состояния элементарных площадок, образования и раскрытия трещин в железобетонном элементе на произвольной стадии нагружений

Результаты исследований реализованы в компьютерных программах и могут быть применены в проектных и научно-исследовательских учреждениях.

## SUMMARY

**Liashkevich Aleh Mikalaevich**

**Strength, stiffness and crack resistance  
of statically indeterminate space frame reinforced concrete structures**

Keywords: statically indeterminate concrete reinforced frame elements, finite element method, deformation model of profile, strength, stiffness, crack resistance, crack opening displacement.

The subject of this research is statically indeterminate space frame reinforced concrete structures.

The purpose of the work consists of the development and the experimental check of the scientifically grounded method of calculation of the statically indeterminate space frame reinforced concrete structures, which have the arbitrary form of profile and reinforcement, taking into account the rigid properties of materials, the formation of cracks and redistribution of the forces.

Research method is experimentally theoretical.

In this work it is proposed the improved and experimentally approved method of calculation of the statically indeterminate space frame reinforced concrete structures, which makes it possible to consider the arbitrary form of profile, reinforcement, the property of materials, the geometric dimensions of structure, condition of fixing and so forth. Furthermore, the method gives the possibility to determine the actual force conditions and stiffness along the length of elements. The method also allows to obtain the information about stress conditions of the area elements of profiles in all stages of load on the united systematic base.

Experimental studies are executed, new data about the nature of deformation, formation and development of cracks in the spatial reinforced concrete frames are acquired. The results of research showed the correctness of the accepted hypotheses and results of theoretical studies.

Obtained data completely confirmed the possibility of using the equations for determining the stiffness of normal profile, stress conditions of area elements, formation and crack openings in the reinforced concrete element at the arbitrary stage of the loads

Results of the research are released in computer programming and can be used in design and scientific research organisations.